

Задачи вступительных работ в 9 класс

2003 год

1. Решите уравнение: $x^2 - 5x + 7^2 - x - 2 \cdot x - 3 = 1$.
2. Биссектрисы углов параллелограмма пересекаются внутри него. Докажите, что точки пересечения являются вершинами прямоугольника.
3. Решите уравнение: $\sqrt{x-1^2+4x} - \sqrt{x+2^2-8x} = -1$.
4. Упростите: $1 + \sqrt{7^2} + \sqrt{2\sqrt{7} - 10^2}$.
5. Заплатив вместе 100 рублей, Костя и Сережа купили поровну пирожных, при этом сдача составила столько рублей, сколько купили пирожных. Больше им не хватило ни на одно пирожное. Сколько они купили пирожных? (Пирожное стоит целое число рублей.)

2004 год

1. Придумайте восьмизначное натуральное число, у которого все цифры различны, и при вычеркивании любых двух цифр останется составное число.

2. Известно, что:

$$\begin{cases} x + y + z = 7 \\ x + y + t = 11 \\ x + z + t = 15 \\ y + z + t = 3 \end{cases}$$

Вычислите $x + y + z + t$.

3. Три брата: Саша, Паша и Сережа – отправились из ФТШ домой. Саша вышел первым, а Паша последним. По дороге домой Саша обгонял других, либо его обгоняли ровно 8 раз, а Паша – 6 раз. Известно, что

Саша пришел домой позже, чем Сережа. В каком порядке братья пришли домой?

4. Известно: $x^2 + y^2 = -z$, $2y + z$. Вычислите: $y + 2z^2 - x$, $y^2 + z - z - 1$, $z + 1$.

5. Докажите, что при всяком x число $\frac{1}{4}x + |3x - 2|$ совпадает с наибольшим из чисел $x - \frac{1}{2}$ и $\frac{1 - x}{2}$.

6. Дан треугольник KLM . Проведены биссектрисы его внешних углов L и M в той полуплоскости, где лежит точка K . Из точки K проведены перпендикуляры KA и KB на эти биссектрисы. Периметр треугольника KLM равен 5. Найдите длину отрезка AB .

2006 год

1. В прямоугольном треугольнике ABC медиана $CM = 12 \sqrt{2}$, а расстояние от середины катета AC до гипотенузы AB равно $3 \sqrt{2}$. Найти площадь треугольника ABC .

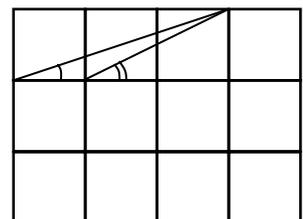
2. Решите неравенство $x^2 - 5x + 4 \cdot \sqrt{x^2 - 7x + 10} \geq 0$.

3. При каком значении параметра a уравнение $a + 2x^2 + 2a + 2x + 2 = 0$ имеет ровно один корень?

4. Физики Миша, Саша, Сережа и Андрюша вместе съели 70 бананов, причем каждому сколько-то досталось. Миша съел больше каждого из остальных, а Сережа и Саша вместе съели 45 бананов. Сколько бананов досталось Андрюше?

5. Найдите наименьшее значение выражения $(x + y)^2 - 2y$, если $\frac{2x}{2y + x} + \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$.

6. Прямоугольник состоит из 12 квадратов (смотри рисунок). Найдите сумму отмеченных на рисунке углов.



2007 год

1. Рассматриваются числа, в разложении которых на простые множители каждое число p встречается в степени p (например $7^7 11^{11}$). Найдите наибольшее такое трехзначное число.
2. Придумайте многочлен с целыми коэффициентами и одним из корней $1 - \sqrt{17}$.
3. Решите систему $\begin{cases} x^2 + xy = 3 \\ y^2 + xy = 6 \end{cases}$.
4. Решите уравнение $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 - 3x + \frac{3}{x} = 4$.
5. Стрелки часов показывают 15:00. Какой угол будет между стрелками через 20 минут?
6. В треугольнике ABC сторона $AB = \sqrt{20}$, CM – медиана, $BC = 6$, длина перпендикуляра из точки M на BC равна 2. Докажите, что угол BCA равен 45° .

2008 год

1. Решите неравенство: $\frac{(1-x^2)(1+x+x^2)}{x+1} \geq 0$.
2. Запишите уравнение прямой, параллельной прямой $y = 3x - 2$, проходящей через точку $(-2; -6)$.
3. Вычислите $\frac{9^9 \cdot (4^{13} + 4^{12})}{(2^{12})^2 \cdot (3^{20} - 4 \cdot 3^{18})}$.
4. Решите уравнение $|x-1| + |x^2-1| = 0$.
5. Замкнутая ломаная $A_1A_2A_3A_4A_5A_1$ задана координатами своих вершин. Найти площадь и периметр ограниченной ею фигуры, если координаты вершин таковы: $A_1(-3, -2)$, $A_2(-1, -2)$, $A_3(2, 0)$, $A_4(-1, 1)$, $A_5(-3, 2)$.

6. Высота равнобедренного треугольника, опущенная на основание, в три раза больше радиуса вписанной окружности. Найдите угол при основании треугольника.

2010 год

1. В полдень 1 апреля самолет вылетел из столицы в город Норильск и приземлился там в 14 часов местного времени. В полночь по местному времени он вылетел обратно и оказался в столице в 6 часов утра 2 апреля. Сколько времени длился полет в одну сторону, если известно, что время полета туда и обратно было одинаково?

2. Решите неравенство $(3x-2)(3-2x)^2 \leq 0$.

3. Докажите, что уравнение $ax^2 - (a+2b)x + b = 0$ имеет корни при всех значениях a и b .

4. Решите уравнение $4 \cdot \left(2x - \frac{1}{6}\right)^4 + 7 \cdot \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 - 2 = 0$.

5. Коля и Вася живут в одном доме, в каждом подъезде которого по 4 квартиры на этаже. Коля живет на 5 этаже в 83 квартире, а Вася живет на 3 этаже в 169 квартире. Сколько всего этажей в доме?

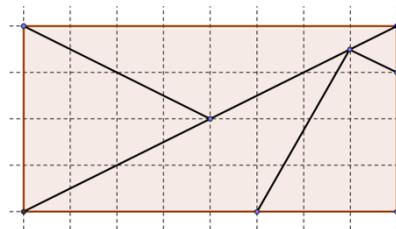
6. Найдите площадь трапеции, если ее высота равна 4, ее диагонали равны 6 и 8, а оба угла при большем основании острые.

2011 год

1. Существует ли число вида $55\dots5$, которое является полным квадратом?

2. Малыш нарезал торт на куски (см. рисунок). Помогите Карлсону взять кусок самой большой площади.

3. Сколько слагаемых со знаком «минус»



получится после приведения многочлена $(-a+b-c)(d-e+f)(-g-h+k)$ к стандартному виду? А сколько всего получится слагаемых? Ответьте на вопросы, не раскрывая скобки. Ответ обоснуйте.

4. Решите уравнение: $0,35 \cdot 0,35x-1 - 0,45 \cdot 0,45x-2 = 0$

5. В дремучем Муромском лесу растут дубы и осины. Известно, что дубы составляют 99% всех деревьев. Илья Муромец вырубил часть дубов, так что в выжившем лесу стало 98% дубов. Какую (в процентах) часть леса вырубил Илья Муромец?

6. Одна из вершин прямоугольного треугольника лежит в точке $(2;4)$, другая – в начале координат. Найдите все возможные положения третьей вершины, если известно, что одна из сторон треугольника параллельна оси ординат.