

Вступительная олимпиада в 8 класс. 2007 год.

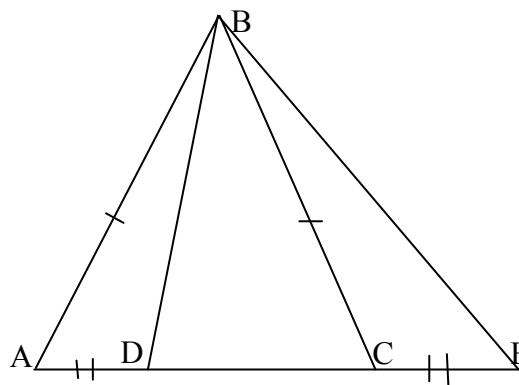
1. Найдите наименьшее нечетное натуральное число, у которого сумма цифр равна 2003.
2. В ящике лежат красные, синие и белые шарики. Всего 20 шариков. Известно, что не красных – 16, не синих – 11. Сколько белых?
3. Докажите, что в числе 3^{200} не более ста цифр.
4. Можно ли расставить на прямой AB вне отрезка AB точки так, чтобы суммы расстояний от этих точек до A и до B были равны, если этих точек а) 4; б) 5?
5. Разложите на множители многочлен $x^2 + 5x - 6$.
6. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle BAC = \angle CBD$ и $\angle ACD = \angle ADB$. Доказать, что $\angle ABC = \angle ADC$.

Вступительная олимпиада в 8 класс. 2008 год.

1. Найдите все двузначные числа, равные квадрату числа его единиц, сложенному с кубом числа его десятков. Например, число 32 не удовлетворяет условию, так как $2^2 + 3^3 = 31$ не равно 32.

2. Докажите, что значение выражения $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2008}\right)$ больше 1000.

3. На рисунке $AB=BC$ и $AD=CE$. Докажите, что $BD+BE > AB+BC$.



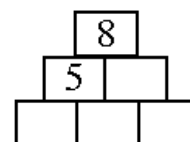
4. Леша и Ваня поочередно пишут на доске цифры 30-значного числа, используя цифры 1,2,3,4,5. Начинает Леша, а Ваня хочет получить число, кратное 9. Может ли Леша ему помешать?

5. Группа пильщиков распиливала бревна на полуметровые куски. Было объявлено, что если количество кусков превысит 70, то рабочим будет выдана премия. Группа разделилась на две бригады. Первая распилила несколько трехметровых бревен, а вторая несколько бревен длиной $3\frac{1}{2}$ метра. Вторая бригада напилела на 1 кусок меньше, чем первая. Получат ли пильщики премию?

6. Расставьте 7 звездочек в квадрате 4×4 так, чтобы при вычеркивании любых двух строк и любых двух столбцов оставалась невычеркнутой хотя бы одна звездочка.

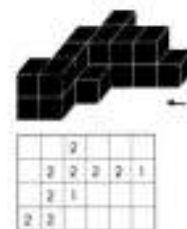
Вступительная олимпиада в 8 класс. 2009 год.

1. Поместите числа 1, 2, 3 и 4 в четыре пустых кирпичика (см. рисунок). Во втором и третьем ряду пирамиды, число, вписанное в кирпичик, должно быть равно сумме чисел вписанных в кирпичики, на которых он лежит.



2. Возраст отца равен сумме возрастов его трех сыновей. Через 10 лет отец будет вдвое старше своего старшего сына, через 20 лет он будет вдвое старше своего среднего сына, а через 30 лет – вдвое старше младшего. Сколько лет отцу и сыновьям в настоящее время? Не забудьте, что нужно привести не только ответ, но и рассуждения.

3. Вася посмотрел на фигурку (см. рисунок) сверху и заполнил табличку. Заполните аналогичную табличку, глядя на эту же фигурку справа.



4. У Бальбины есть пять гирь А, В, С, D и E разного веса. Вес каждой гири – целое число килограммов от 1 кг до 5 кг.

С помощью весов Бальбина устанавливает, что

- А и В, взятые вместе, тяжелее, чем С, D и E, взятые все вместе;
- В и С, взятые вместе, уравнивают одну E.

Каков вес каждой гири в отдельности? Не забудьте, что нужно привести не только ответ, но и рассуждения.

5. На сторонах АВ, ВС и АС треугольника ABC отметили точки Р, Т, К соответственно, причем $AP=AK$, $BP=BT$, $CK=CT$. Известно, что в треугольнике РТК $\angle P < \angle T < \angle K$. Расположите по возрастанию углы треугольника ABC. Поясните, почему ответ именно такой.

6. В десятичной записи двух чисел присутствуют только цифры 1, 4, 6 и 9. Может ли одно из них быть ровно в 17 раз больше другого? Не забудьте, что нужно привести не только ответ, но и рассуждения.

Вступительная олимпиада в 8 класс. 2010 год.

1. В треугольнике ABC $AB=BC$, $AC=10$. Из точки D, середины АВ, проведен перпендикуляр к стороне АВ, пересекающий сторону ВС в точке E. Периметр ABC - 40. Найдите периметр треугольника АЕС.

2. Докажите, что число $\underbrace{1111111111111111}_{16 \text{ цифр}} - \underbrace{22222222}_{8 \text{ цифр}}$ является квадратом некоторого натурального числа.

3. Из цифр 1,2,3,4,5 составляются всевозможные трехзначные числа, все цифры в которых различны. Найдите сумму этих чисел.

4. Найдите все натуральные числа n такие, что числа $n+15$ и $n-74$ точные квадраты, то есть квадраты некоторых натуральных чисел.

5. Коля и Вася живут в одном доме, в каждом подъезде которого по 4 квартиры на этаже. Коля живет на 5 этаже в 83 квартире, а Вася живет на 3 этаже в 169 квартире. Сколько всего этажей в доме?

6. В полдень 1 апреля самолет вылетел из столицы в город Бийск и приземлился там в 14 часов местного времени. В полночь по местному времени он вылетел обратно и оказался в столице в 6 часов утра 2 апреля. Сколько времени длился полет в одну сторону, если известно, что время полета туда и обратно было одинаково?

Вступительная Олимпиада в 8 класс. 2011 год.

1. Назовём клетчатый квадратный коврик пёстреньким, если каждая его клетка покрашена, и никакие две клетки, имеющие хотя бы одну общую точку, не покрашены в один цвет. Существует ли 5-цветный пёстренький коврик размером 5 на 5?

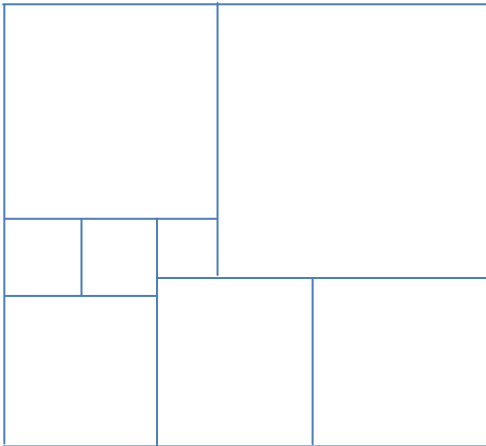
2. В дремучем Муромском лесу растут дубы и осины. Известно, что дубы составляют 99% всех деревьев. Илья Муромец вырубил часть дубов, так что в выжившем лесу стало 98% дубов. Какую (в процентах) часть леса вырубил Илья Муромец?

3. Можно ли расставить по кругу натуральные числа от 1 до 10 так, чтобы сумма любых двух чисел, стоящих через два, делилась на три?

4. В треугольнике ABC высота из вершины А, биссектриса из вершины В и серединный перпендикуляр к стороне АВ пересеклись в одной точке. Найдите градусную меру угла В.

5. Если сумма 2000 положительных целых чисел равна 2001, то чему равно их произведение?

6. Прямоугольник разбили на 8 квадратов (см. рисунок). Сторона самого маленького квадрата (в центре) равна 4. Чему равна сторона самого большого?



Вступительная олимпиада в 8 класс. 2012 год.

1. Найдите два натуральных числа, сумма которых равна 192, а наибольший общий делитель равен 24. Приведите все возможные варианты и докажите, что других нет.
2. Дорога из А в В идет 3 км в гору, 6 км под гору и 12 км по ровной местности. Путь от А до В мотоциклист проехал за 1 час и 7 минут, а от В до А за 1 час и 16 минут. Найдите скорости движения в гору и под гору, если скорость на горизонтальном участке 18 км/ч.
3. Что больше: $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$ или $\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$?
4. Температура в разных странах измеряется разными шкалами (имеет разные единицы измерения). Например, в России температура измеряется в градусах по шкале Цельсия, а в Америке в градусах по шкале Фаренгейта. Известно, что один градус шкалы Цельсия равен 1,8 градусов шкалы Фаренгейта (то есть при изменении температуры на один градус по шкале Цельсия она изменяется на 1,8 градусов по шкале Фаренгейта), при этом 0° по Цельсию соответствует 32° по шкале Фаренгейта. Может ли температура выражаться одинаковым числом градусов как по Цельсию, так и по Фаренгейту?
5. В равнобедренном треугольнике ABC с тупым углом ABC на основании AC отметили точку M так, что хотя бы один из треугольников ABM и BCM оказался равнобедренным. Укажите все возможные положения точки M, если $\angle ABC=120^\circ$. При каком значении тупого угла ABC возможных положений точки M меньше всего?
6. Известно, что из четырех утверждений два верных и два неверных:
 - 1) Число A делится на 5;
 - 2) Число A делится на 23;
 - 3) Число $A+7$ является квадратом натурального числа;
 - 4) Число $A-10$ является квадратом натурального числа.Найдите все такие двузначные числа A. Поясните, почему других чисел нет.