# Решение вступительной работы по *ФИЗИКЕ* в 8 класс ФТШ. 2015 год

## 1. *Острова в океане*

Пока кокос плывет, его силы тяжести и Архимеда уравновешены ($F_\text{Т} = F_\text{А}$), то есть

$$m_\text{кокос} g = \rho_\text{вода} V_\text{погр} g \Leftrightarrow \rho_\text{к} V g = \rho_\text{в} V_\text{п} g \Rightarrow \rho_\text{к} = \frac{V_\text{п}}{V}\rho_\text{в}.$$

А) Из условия известно, что возле *Ах*

$$\rho_{\text{к}_1} = \rho_\text{Ах} = \frac{3}{4}\rho_\text{в},$$

а возле *Вах*

$$\rho_{\text{к}_2} = \rho_\text{Вах} = \frac{9}{10}\rho_\text{в}.$$

Остров *Бах* находится посередине между *Ах* и *Вах*, скорость ореха постоянна (скорость плывущего кокоса равна скорости течения и не зависит от степени погружения), а значит, вода поступает в кокос равномерно, то есть его масса растет равномерно (при постоянном объеме). Поэтому возле *Бах*

$$\rho_\text{Бах} = \frac{\rho_\text{Ах} + \rho_\text{Вах}}{2} = \frac{3/4 + 9/10}{2}\rho_\text{в}.$$

**Ответ:** средняя плотность возле острова *Бах*

$$\rho_\text{к} = \frac{33}{40}\rho_\text{в} = 858\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Б) Поскольку в кокосе есть плотные части, по мере заполнения пустот водой средняя плотность ореха может превзойти плотность воды и он может утонуть. Так как расстояние от *Ах* до *Страх* по условию в 1,5 раза больше расстояния от *Ах* до *Вах*, и кокос плывет равномерно, то приращение массы должно быть в 1,5 раза больше:

$$\rho_\text{Страх} - \rho_\text{Ах} = 1{,}5(\rho_\text{Вах} - \rho_\text{Ах}) \Rightarrow \rho_\text{Страх} = 1{,}5\rho_\text{Вах} - 0{,}5\rho_\text{Ах} \Rightarrow \rho_\text{Страх} = \left(1{,}5\cdot\frac{9}{10} - 0{,}5\cdot\frac{3}{4}\right)\rho_\text{в} = \frac{39}{40}\rho_\text{в}.$$

**Ответ:** так как $\rho_\text{Страх} < \rho_\text{в}$ (и в любой момент раньше тоже), то кокос доплыл до Бармалея, не утонув.

## 2. *Соревнование по триатлону*

Будем обозначать скорости каждого спортсмена на велосипеде, в плавании и бегом как $V_\text{В}$, $V_\text{П}$ и $V_\text{Б}$, а соответствующие расстояния $AB = l_\text{В}$, $BC = l_\text{П}$, $CD = l_\text{Б}$. При этом

$$l_\text{Б} = AD - AB - BC = 54 - 24 - 6 = 24\ \text{км}.$$

А) Времена первого спортсмена:

$$t_{\text{В}_1} = \frac{l_\text{В}}{V_{\text{В}_1}} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}\ \text{ч} = 40\ \text{мин},\quad t_{\text{П}_1} = \frac{l_\text{П}}{V_{\text{П}_1}} = \frac{6}{6} = 1\ \text{ч} = 60\ \text{мин},\quad t_{\text{Б}_1} = \frac{l_\text{Б}}{V_{\text{Б}_1}} = \frac{24}{10} = 2{,}4\ \text{ч} = 144\ \text{мин};$$

а общее время

$$t_1 = t_{\text{В}_1} + t_{\text{П}_1} + t_{\text{Б}_1} = 244\ \text{мин} = 4\frac{1}{15}\ \text{ч}.$$

Времена второго спортсмена:

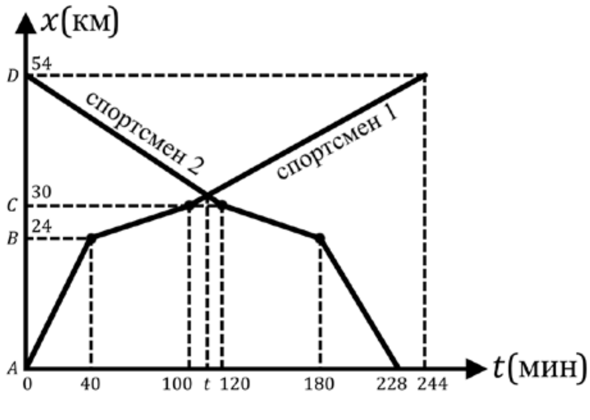
$$t_{\text{В}_2} = \frac{l_\text{В}}{V_{\text{В}_2}} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}\ \text{ч} = 48\ \text{мин},\quad t_{\text{П}_2} = t_{\text{П}_1} = \frac{l_\text{П}}{V_{\text{П}_2}} = \frac{6}{6} = 2\ \text{ч} = 60\ \text{мин},\quad t_{\text{Б}_2} = \frac{l_\text{Б}}{V_{\text{Б}_2}} = \frac{24}{12} = 2\ \text{ч} = 120\ \text{мин};$$

а общее время

$$t_2 = t_{\text{В}_2} + t_{\text{П}_2} + t_{\text{Б}_2} = 228\ \text{мин} = 3\frac{4}{5}\ \text{ч}.$$

**Ответ:** раньше финиширует второй спортсмен.

Б) Используя результаты пункта А) и тот факт, что 2-й спортсмен бежит в обратном направлении, получаем график:




В) Найдем момент $t$ встречи, который, как видно из пункта Б), произошел во время бега обоих.

Положение первого спортсмена:

$$x_1 = x_C + V_{\text{Б}_1}(t - t_{\text{В}_1} - t_{\text{П}_1}) = 30 + \frac{1}{6}(t - 100)$$

$$\left(\text{т.к. } V_{\text{Б}_1} = 10\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} = \frac{1}{6}\ \frac{\text{км}}{\text{мин}}\right);$$

положение второго:

$$x_2 = x_D - V_{\text{Б}_2} t = 54 - \frac{1}{5}t\ \left(\text{т.к. } V_{\text{Б}_2} = 12\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} = \frac{1}{5}\ \frac{\text{км}}{\text{мин}}\right).$$

При встрече $x_1 = x_2$, то есть

$$30 + \frac{1}{6}(t - 100) = 54 - \frac{1}{5}t \Rightarrow \frac{11}{30}t = 24 + \frac{100}{6} \Rightarrow t = \frac{1220}{11} = 110\frac{10}{11}\ \text{мин}.$$

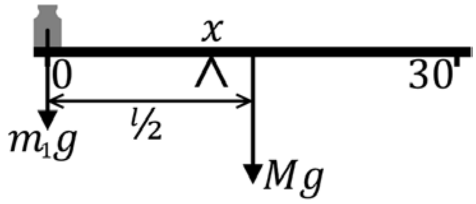
Подставляя найденное $t$ в любое из выражений для $x_1$, $x_2$, находим $x_1 = x_2 = 31\frac{9}{11}$ км.

**Ответ:** спортсмены встретились на расстоянии примерно 31 км 818 м от $A$.

## 3. *Линейка и гирьки*

Центр масс линейки расположен на расстоянии $l/_2$ от края, то есть $l/_2 - x$ от точки опоры. Масса линейки пусть $M$.

А) По правилу рычага равны моменты сил:

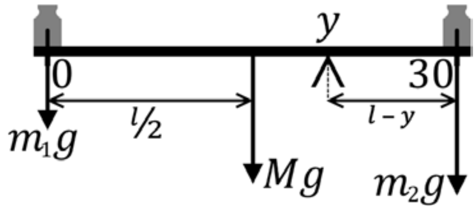



$$m_1 g \cdot x = Mg \cdot \left(\frac{l}{2} - x\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = \frac{m_1 x}{l/_2 - x} = \frac{m_1 \cdot 12}{15 - 12} = 4m_1 = 80 \text{ г}.$$

**Ответ:** масса линейки 80 г.

Б) Сравним моменты сил, пытающихся повернуть систему против часовой стрелки:




$$M_1 = m_1 g \cdot y + Mg \cdot \left(y - \frac{l}{2}\right);$$

и по часовой стрелке:

$$M_2 = m_2 g \cdot (l - y).$$

С ростом $y$ момент сил $M_1$ растет, а $M_2$ – убывает, поэтому, когда $y = y_1 = 20$ см, то перевешивает правый край или $M_1 < M_2$:

$$m_1 g \cdot y_1 + Mg \cdot \left(y_1 - \frac{l}{2}\right) < m_2 g \cdot (l - y_1);$$

а когда $y = y_2 = 21$ см, то уже левый перевешивает, то есть $M_1 > M_2$:

$$m_1 g \cdot y_2 + Mg \cdot \left(y_2 - \frac{l}{2}\right) > m_2 g \cdot (l - y_2).$$

Сокращая на $g$ и подставляя значения $y_1$, $y_2$ и $l$, получим:

$$\begin{cases} 20m_1 + 5M < 10m_2 \\ 21m_1 + 6M > 9m_2 \end{cases} \Rightarrow 2m_1 + \frac{1}{2}M < m_2 < \frac{7}{3}m_1 + \frac{2}{3}M \text{ или } 80 \text{ г} < m_2 < 100 \text{ г},$$

а так как $m_2$ делится на 10, то $m_2 = 90$ г.

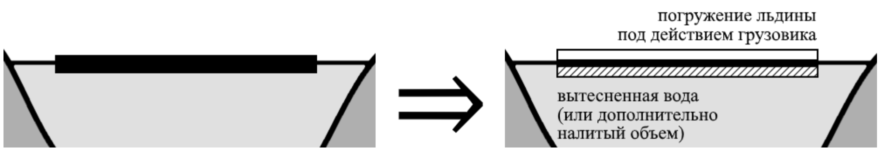
**Ответ:** масса второй гирьки 90 г.

## 4. *Пруд и колодец*

В колодце, как сообщающемся с прудом сосуде, будет всегда устанавливаться такой же уровень воды, как и в пруду, а поскольку площадь колодца мала, при вычислении уровня в пруду можно не учитывать возможное перетекание воды из пруда в колодец и обратно.

А) Когда грузовик въехал на льдину, можно сложным образом учитывать взаимное изменение уровня льдины и воды в пруду, но самое простое решение, наверно, такое: пока система плавает, сила тяжести уравновешивается силой Архимеда. То есть, появление дополнительной силы тяжести (грузовика) приводит к дополнительному вытеснению воды $V_в$:

$$m_г g = \rho_в V_в g \Rightarrow V_в = \frac{m_г}{\rho_в}.$$




Это вытеснение можно трактовать и так, что льдина как бы осталась на месте (относительно воды), но под нее дополнительно налили объем воды $V_в$ (см. рисунок). Тогда этот дополнительный объем равномерно поднимет уровень воды в пруду (а соответственно, и в колодце):

$$hS_1 = V_в \Rightarrow h = \frac{V_в}{S_1} = \frac{m_г}{\rho_в S_1} \Rightarrow m_г = \rho_в S_1 h = 1000 \cdot 300 \cdot 0{,}01 = 3000 \text{ кг}.$$

**Ответ:** масса грузовика равна 3 тоннам.

Б) Когда грузовик тонет, сила Архимеда, действующая на него, становится меньше его силы тяжести, то есть $V_в$ уменьшается, а значит и $h$ уменьшается. Поэтому и давление воды на дно колодца

$$p = p_А + \rho_в g h$$

тоже уменьшается.

**Ответ:** когда грузовик утонет, давление на дно колодца уменьшится.