

Решение вступительной работы по ФИЗИКЕ в 8 класс ФТШ. 2014 год

1. Полеты во сне и наяву

При реальном падении значимы сила тяжести и сила сопротивления воздуха. Сравним их влияние на человека и муравья. При увеличении линейных размеров тела (длины, ширины и высоты) в N раз, площадь его поверхности увеличивается в N^2 раз, а объем – в N^3 раз. Сила тяжести зависит от массы, которая пропорциональна объему, то есть увеличивается в N^3 раз; а сила сопротивления растет не быстрее площади, то есть в N^2 раз.

Ответ:

Мы видим, что сила сопротивления растет медленнее, чем сила тяжести, поэтому крупным телам, чтобы слишком не разогнаться и не разбиться, нужна дополнительная площадь для силы сопротивления (парашют). А легкому муравью, чтобы уравновесить свою силу тяжести уже при небольших, безопасных скоростях и больше не разогнаться, «хватает» сопротивления от собственного тела – он сам себе парашют.

2. Сказочная дешевизна

А)
Размеры и форма монет не меняются, значит, объем дешевой монеты равен объему дорогой (золотой):

$$V = V_{\text{деш}} = V_{\text{зол}} = \frac{M}{\rho_{\text{зол}}} = \frac{98 \text{ г}}{19,6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = 5 \text{ см}^3, \text{ где } M - \text{масса золотой монеты.}$$

Если дешевая монета перестала тонуть в ртути, значит, её средняя плотность стала не больше плотности ртути:

$$\rho_{\text{деш}} \leq \rho_{\text{рт.}}$$

Тогда её масса

$$m = \rho_{\text{деш}} \cdot V \leq \rho_{\text{рт.}} \cdot V = 13,6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 5 \text{ см}^3 = 68 \text{ г.}$$

Ответ:

Убыль массы $\Delta m = M - m \geq 98 - 68 = 30 \text{ г.}$

Б)

Пусть масса золота в дешевой монете $m_{\text{зол}}$, тогда масса серебра $m_{\text{сер}} = m - m_{\text{зол}}$.

Объем золота в монете $V_{\text{зол}} = \frac{m_{\text{зол}}}{\rho_{\text{зол}}}$, серебра $V_{\text{сер}} = \frac{m_{\text{сер}}}{\rho_{\text{сер}}}$.

$$\begin{aligned} V_{\text{зол}} + V_{\text{сер}} = V &\Leftrightarrow \frac{m_{\text{зол}}}{\rho_{\text{зол}}} + \frac{m - m_{\text{зол}}}{\rho_{\text{сер}}} = V = \frac{M}{\rho_{\text{зол}}} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow m_{\text{зол}} + m \frac{\rho_{\text{зол}}}{\rho_{\text{сер}}} - m_{\text{зол}} \frac{\rho_{\text{зол}}}{\rho_{\text{сер}}} = M \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow m \frac{\rho_{\text{зол}}}{\rho_{\text{сер}}} - M = m_{\text{зол}} \left(\frac{\rho_{\text{зол}}}{\rho_{\text{сер}}} - 1 \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{m_{\text{зол}}}{M} &= \frac{m \cdot \frac{\rho_{\text{зол}}}{\rho_{\text{сер}}} - 1}{\frac{\rho_{\text{зол}}}{\rho_{\text{сер}}} - 1} \leq \frac{68 \cdot \frac{19,6}{10,8} - 1}{\frac{19,6}{10,8} - 1} \cong 0,32 = 32\%. \end{aligned}$$

Ответ:

Золота в дешевой монете не более 32% от исходной, а так как серебро по условию в серебряном государстве ничего не стоит, то и вся монета стоит не более 32% от чисто золотой.

Примечание:

Можно было бы и прямо из уравнения, обведенного в рамку, найти массу золота и получить $m_{\text{зол}} \cong 31,2 \text{ г}$, то есть около 32% от массы $M = 98 \text{ г}$.

3. Кораблики и аквариумы

А)

Условие плавания кораблика:

$$F_{\text{тяж}} = F_{\text{арх}} \text{ или } mg = \rho V_{\text{п}} g,$$

где m – масса кораблика, ρ – плотность воды, $V_{\text{п}}$ – объем погружения кораблика (равный объему вытесненной воды).

Отсюда

$$V_{\text{п}} = \frac{m}{\rho}.$$

Соленая вода плотнее пресной, то есть

$$\rho_1 < \rho_2 \Rightarrow V_{\text{п}1} > V_{\text{п}2}.$$

Уровень подъема воды

$$h = \frac{V_{\text{п}}}{S_{\text{а}}},$$

где $S_{\text{а}}$ – площадь аквариума.

Значит $h_1 > h_2$.

Ответ:

В первом («речном») аквариуме вода поднимется выше.

Б)

Давление на дно (без учета атмосферного, которое одинаково) есть

$$p = \frac{M_{\text{общ}} \cdot g}{S_a},$$

где

$$M_{\text{общ}} = m + m_{\text{воды}} = m + \rho V_{\text{в}} - \text{общая масса в аквариуме.}$$

По условию:

$$m_1 = m_2 \text{ (кораблики одинаковы),}$$
$$V_{\text{в}1} = V_{\text{в}2} \text{ (объемы воды одинаковы),}$$

но

$$\rho_1 < \rho_2 \Rightarrow M_{\text{общ}1} < M_{\text{общ}2} \Rightarrow p_1 < p_2.$$

Ответ:

Давление на дно во втором («морском») аквариуме больше.

В)

Интуитивное объяснение такое: раз в пресной воде кораблик погружается сильнее, то и флажок кораблика в пресной воде ниже. Однако на «очевидность» этого ответа есть то возражение, что сам уровень воды в пресном аквариуме выше (см. пункт А). Значит, нужно сравнивать эффект погружения кораблика в воду (*понижение* флажка) с эффектом подъема уровня в аквариуме (*повышение* флажка).

Повышение уровня (см. пункт А) определяется величиной $\frac{V_{\text{п}}}{S_a}$, а погружение в воду величиной $\frac{V_{\text{п}}}{S_k}$, где S_k – площадь дна кораблика.

Так как, очевидно,

$$S_k < S_a, \text{ то } \frac{V_{\text{п}}}{S_k} > \frac{V_{\text{п}}}{S_a},$$

что означает, что на высоту флажка эффект погружения влияет больше, чем подъем уровня.

Значит, где объем погружения $V_{\text{п}}$ больше (в пресной воде), там флажок ниже.

Ответ:

Флажок окажется выше в «морском» аквариуме.

4. Испытание автомобилей

А)

$$V_1 = 72 \frac{\text{км}}{\text{час}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{сек}}; V_{2\text{МАХ}} = 3V_1 = 60 \frac{\text{м}}{\text{сек}}.$$

Ответ:

Графики скоростей автомобилей на рисунке.

Б)

$$V_{\text{сред}} = \frac{S_{\text{общ}}}{t_{\text{общ}}}$$

По условию:

$$t_{\text{общ}1} = t_{\text{общ}2} = t_0 = 90 \text{ сек.}$$

$S_{\text{общ}}$ будем находить как площадь под графиком (см. рис.):

$$S_{\text{общ}1} = V_1 \cdot t_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{сек}} \cdot 90 \text{ сек} = 1800 \text{ м};$$

$$S_{\text{общ}2} = \frac{1}{2} V_{2\text{МАХ}} \cdot (t_0 - t_1) = \frac{1}{2} \cdot 60 \frac{\text{м}}{\text{сек}} \cdot (90 - 30) \text{ сек} = 1800 \text{ м};$$

$$S_{\text{общ}1} = S_{\text{общ}2} \Rightarrow V_{\text{сред}1} = V_{\text{сред}2} \text{ (и не сложно заметить, что } V_{\text{сред}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{сек}} = V_1).$$

Ответ:

Средние скорости за время испытания одинаковы.

В)

Пока $V_1(t) > V_2(t)$, первый автомобиль едет быстрее второго, значит, расстояние между ними растет, то есть максимум обгона достигается в момент t_x , когда $V_1 = V_2$.

Найдем t_x из пропорции:

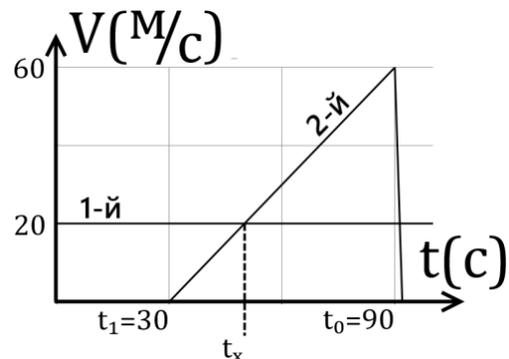
$$\frac{t_x - t_1}{t_0 - t_1} = \frac{V_1}{V_{2\text{МАХ}}} = \frac{1}{3} \Rightarrow t_x = \frac{t_0 - t_1}{3} + t_1 = \frac{90 - 30}{3} + 30 = 50 \text{ сек.}$$

В момент t_x :

$$S_1 = V_1 \cdot t_x = 20 \cdot 50 = 1000 \text{ м};$$
$$S_2 = \frac{1}{2} V_1 \cdot (t_x - t_1) = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (50 - 30) = 200 \text{ м};$$
$$\Delta S = S_1 - S_2 = 800 \text{ м.}$$

Ответ:

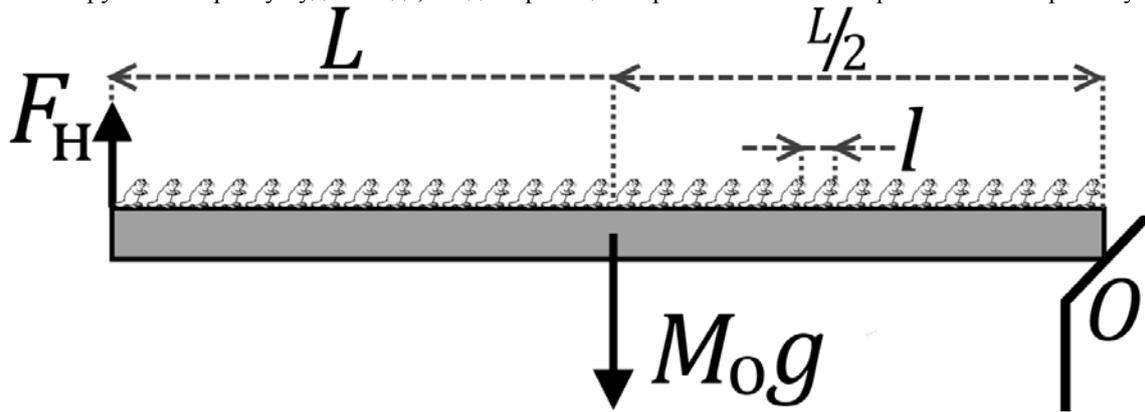
Максимальный обгон составил 800 м.



5. По бревну бобры бредут

А)

Максимальная нагрузка на веревку будет тогда, когда вереница бобров заполняет все бревно. Рассмотрим эту ситуацию.



Число бобров на бревне:

$$N = \frac{L}{l} = \frac{600 \text{ см}}{20 \text{ см}} = 30,$$

где L – длина бревна, l – интервал между бобрами (в том числе между их носами).

Их общая масса

$$M_B = N \cdot m_{Б1} = 30 \cdot 4 \text{ кг} = 120 \text{ кг}.$$

Общая масса бревна с бобрами

$$M_0 = M + M_B = 200 \text{ кг} + 120 \text{ кг} = 320 \text{ кг}.$$

Равенство моментов относительно точки O :

$$F_H \cdot L = M_0 g \cdot \frac{L}{2} \Rightarrow F_H = \frac{M_0 g}{2} = \frac{320 \cdot 10}{2} = 1600 \text{ Н, где } F_H \text{ - сила натяжения веревки.}$$

Так как $F_H < F_{\text{разрыва}} = 2100 \text{ Н}$, то...

Ответ:

...веревка не порвется.

Замечание 1:

Если считать бобров материальными точками, то на бревне их поместится $N + 1 = 31$ особь (так как число точек на 1 больше числа интервалов между соседними). Тогда $M_B = (N + 1)m_{Б1} = 124 \text{ кг}$, $M_0 = 324 \text{ кг}$, $F_H = 1620 \text{ Н}$. Но это не изменяет ответ.

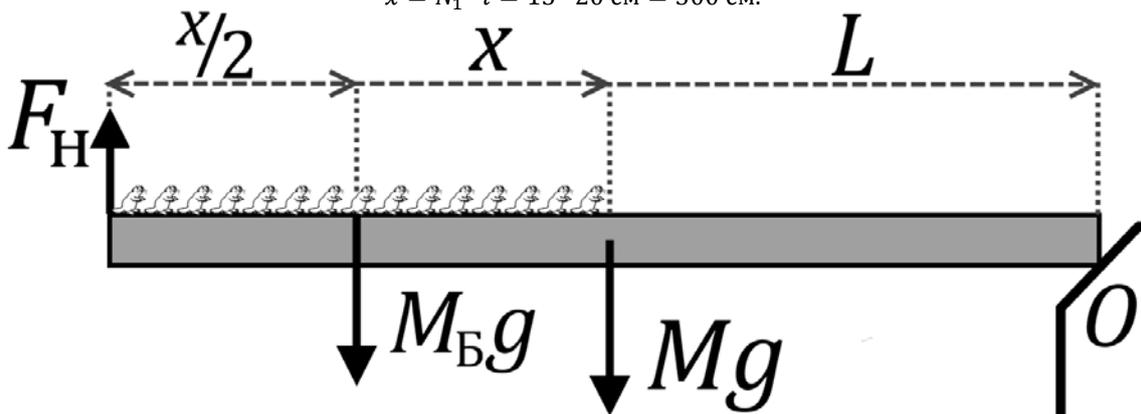
Б)

Когда на бревне $N_1 = 15$ бобров, их масса

$$M_B = N_1 \cdot m_B = 15 \cdot 4 \text{ кг} = 60 \text{ кг}$$

и они заполняют бревно до расстояния

$$x = N_1 \cdot l = 15 \cdot 20 \text{ см} = 300 \text{ см}.$$



Правило моментов относительно точки O :

$$F_H \cdot L = M g \cdot \frac{L}{2} + M_B g \cdot \left(L - \frac{x}{2}\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow F_H = \frac{M g}{2} + M_B g \frac{L - \frac{x}{2}}{L} = \frac{2000}{2} + 600 \frac{600 - 150}{600} = 1450 \text{ Н}.$$

Ответ:

Веревка была натянута с силой 1450 Н.

Замечание 2:

Если бобры – это материальные точки, то число интервалов между ними равно $N_1 - 1 = 14$, заполненная ими длина

$$x = (N_1 - 1)l = 280 \text{ см},$$

и тогда

$$F_H = \frac{2000}{2} + 600 \frac{600 - 140}{600} = 1460 \text{ Н}.$$