

Решение вступительной работы по ФИЗИКЕ в 10 класс ФТШ.2012 год

1. Неупругий мячик

а) Высота наибольшего подъема мячика

$$H = \frac{1}{2} V_0^2 \cdot \sin^2 \alpha / g, \quad (1)$$

дальность полета до первого соударения с землей:

$$L = 2V_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha / g.$$

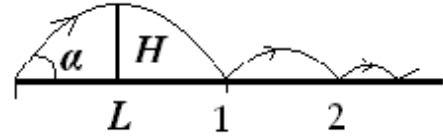
После первого отскока $H_1 = \frac{1}{2} V_1^2 \cdot \sin^2 \alpha / g$, $L_1 = 2V_1^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha / g$. Поэтому:

$$H_1/H = L_1/L = V_1^2/V^2$$

По условию, скорость после отскока уменьшается на 50 %, т.е. $V_1/V_0 = 1/2$. =>

$$H_1/H = L_1/L = 1/4 \Rightarrow H_1 = 1/4 H = 1,25 \text{ (м)}, \quad L_1 = 1/4 L = 5 \text{ (м)}.$$

Ответ: между 1-м и 2-м отскоком высота полета мячика **1,25 м**, а дальность **5 м**.



б) Как бы мячик ни отскакивал (т. е. сколько бы энергии ни терял на отдельном отскоке), в итоге вся его начальная кинетическая энергия перейдет в тепло:

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = Q = c m \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{1}{2} V_0^2 / c$$

Из (1) следует, что: $V_0^2 = 2gH / \sin^2 \alpha = 4gH$ (т. к. $\sin^2 45^\circ = 1/2$) =>

$$\Delta T = 2gH/c = 2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 5 \text{ м} / 200 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град} = 0,5 \text{ (град)}$$

Ответ: мячик нагрелся на **0,5 градуса**.

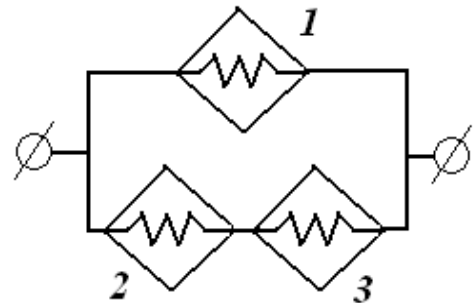
2. Грелка для Незнайки

а) Пусть сопротивление каждой грелки R. Напряжение на грелке 1 равно сумме напряжений на грелках 2 и 3, поэтому токи

$$I_1 = U/R; \quad I_2 = I_3 = U/(R+R) = U/2R = 1/2 I_1$$

Токи через грелки 2 и 3 меньше, значит

мощность нагрева их меньше и они холоднее.



б) Мощность на любой грелке $W = I^2 R \Rightarrow$

$$W_1 = I_1^2 R = U^2/R;$$

$$W_2 = W_3 = I_2^2 R = 1/4 I_1^2 R = U^2/4R = 1/4 W_1$$

По условию нагрев пропорционален мощности $W \sim T - T_0$, (T_0 – температура воздуха).

Имеем: $W_1 \sim T_1 - T_0$; $W_2 \sim T_2 - T_0 \Rightarrow$

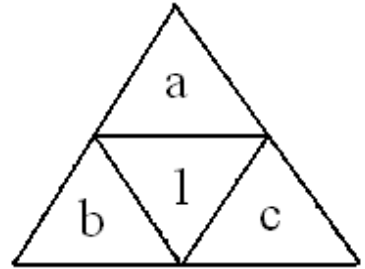
$$W_1 / W_2 = (T_1 - T_0) / (T_2 - T_0).$$

Численно: $4 = (40 - T_0) / (13 - T_0) \Rightarrow T_0 = 4 \text{ (}^\circ\text{C)}.$

Ответ: температура в комнате Незнайки **4°C**.

3. Дырчатый проводник

1) После вырезания сердцевины №1 останется $\frac{3}{4}$ площади исходного треугольного проводника. Действительно, каждый из оставшихся треугольников a, b, c имеет те же углы, а стороны — в два раза меньше, чем у исходного. Раз все длины уменьшились в 2 раза, а форма не изменилась, значит, площади треугольников a, b и c уменьшились в $2^2 = 4$ раза по сравнению с исходным. Их общая площадь



$$S_1 = S_a + S_b + S_c = \frac{1}{4} S + \frac{1}{4} S + \frac{1}{4} S = \frac{3}{4} S.$$

2) Точно так же доказывается, что то, что остается от треугольников a, b, и c после вырезания их сердцевин на втором этапе, составляет $\frac{3}{4}$ от их площади. То есть общая площадь, оставшаяся после второго вырезания:

$$S_2 = \frac{3}{4} S_a + \frac{3}{4} S_b + \frac{3}{4} S_c = \frac{3}{4} (S_a + S_b + S_c) = \frac{3}{4} S_1 = \frac{3}{4} \left(\frac{3}{4} S\right) = \left(\frac{3}{4}\right)^2 S.$$

3) Аналогично, после третьего этапа вырезания останется $S_3 = \frac{3}{4} S_2 = \frac{3}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^2 S = \left(\frac{3}{4}\right)^3 S$. После четвертого: $S_4 = \frac{3}{4} S_3 = \frac{3}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^3 S = \left(\frac{3}{4}\right)^4 S$.

4) Сопротивление проводника $R = \rho l / S$, где ρ — удельное сопротивление проводника, l — его длина, S — площадь поперечного сечения. Т.к. при вырезании изменяется только площадь, то $R \sim 1/S$ и конечное сопротивление проводника:

$$R_k / R = S / S_k = S / S_4 = \left(\frac{4}{3}\right)^4 \Rightarrow R_k = \left(\frac{4}{3}\right)^4 R = (256/81) \cdot 162 = 512 \text{ (Ом)}$$

Ответ: Сопротивление проводника после всех вырезаний **512 Ом**.

4. Груз и шар

Если груз покоится, сумма сил, действующих на него, равна 0.

В случае груза без шара, по горизонтали:

$$F - F_{mp} = 0 \Rightarrow F = F_{mp}.$$

По вертикали :

$$N_1 - Mg = 0 \Rightarrow N = Mg.$$

Для силы трения и силы реакции опоры справедливо:

$$F_{mp} \leq \mu N, \quad \text{где } \mu \text{ — коэффициент трения, } \Rightarrow$$

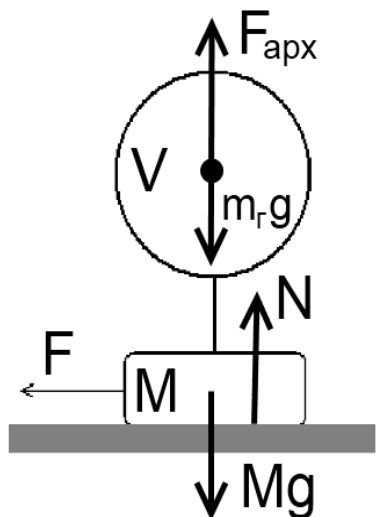
$$\mu \geq F_{mp} / N \quad (1), \quad \text{подставляя:}$$

$$\mu \geq F / Mg = 600 \text{ Н} / (300 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2) = 0,2. \quad (2)$$

В случае груза с шаром (см. рис.) равенство сил по вертикали:

$$N - Mg + F_{apx} - m_g g = 0 \Rightarrow N = Mg - F_{apx} + m_g g \Rightarrow$$

$$N = Mg - \rho_e V g + \rho_z V g = (M - (\rho_e - \rho_z) V) g \quad (3)$$



Если тело силой F сдвинулось, то $F \geq F_{тр} = \mu N$, т. е.

$$\mu \leq F/N \quad (4).$$

Далее нужно вычислить (3), и подставив в (4), получить второе неравенство на коэффициент трения.

К сожалению, в условии задачи оказалась досадная опечатка.

В данных для плотности воздуха $\rho_v = 1,4 \text{ кг/м}^3$ и гелия $\rho_z = 0,2 \text{ кг/м}^3$ единицы измерения были записаны как г/см^3 . Если довериться этим (ошибочным) величинам, из выражения (3) получим $N < 0$?, тогда (4) приводит к абсурдному результату $\mu \leq \text{отрицательного}$ числа. Физически, разумеется, отрицательное N означает, что шар оторвал груз от земли. Значит, любая малая сила может сдвинуть груз в сторону.

Никакого нового неравенства на μ кроме (2) мы не получаем.

Подставив же истинные значения (можно было бы догадаться, что воздух вряд ли тяжелее воды), из (3) получим:

$$N = (300 \text{ кг} - (1,4 \text{ кг/м}^3 - 0,2 \text{ кг/м}^3) \cdot 5 \text{ м}^3) \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 2940 \text{ (Н)} \text{ и тогда из (4) имеем:}$$
$$\mu \leq 600 \text{ Н} / 2940 \text{ Н} = 1/4,9. \text{ Объединяя с (2), окончательно получаем ответ.}$$

Ответ: коэффициент трения лежит в пределах $0,2 = 1/5 \leq \mu \leq 1/4,9 \approx 0,204$.