Решение вступительной работы по *ФИЗИКЕ* в 9 класс ФТШ. 2012 год

1. Куб и гиря

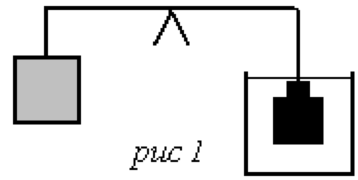


рис 1

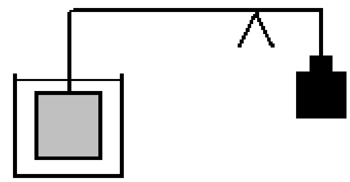


рис 2

Правило рычага: $\boldsymbol{F_1 l_1 = F_2 l_2}$.
Вес тела в воздухе : $\boldsymbol{F} = F_m = mg = \boldsymbol{\rho_m V g}$
(плотность и силу Архимеда воздуха мы не учитываем).
Вес в воде:
$\boldsymbol{F} = F_m - F_{арх} = mg - \rho_в Vg = \rho_m Vg - \rho_в Vg = \boldsymbol{(\rho_m - \rho_в)Vg}$.
Тогда для случая, указанного на рисунке 1
(гиря в воде, равноплечий рычаг $l_1 = l_2 = l$) :
$\rho_к V_к g\, l = (\rho_г - \rho_в) V_г g\, l$
(буква «к» - кубик, «г» - гиря, «в» - вода). Подставим $V_к = a^3$
и сократим на g, l :
$\boldsymbol{\rho_к a^3 = (\rho_г - \rho_в)\cdot V_г}$ (или $\rho_к a^3 = m_г(1 - \rho_в/\rho_г)$). ***(1)***
Для случая, изображенного на рисунке *2*
(кубик в воде, рычаг $l_1 = 4/5L$; $l_2 = 1/5L$, где L - общая длина рычага) :
$(\rho_к - \rho_в)V_к g\,(4/5)L = \rho_г V_г g\,(1/5)L$
сократив g, L, и снова подставив $V_к = a^3$, получим $4/5(\rho_к - \rho_в)\,a^3 = 1/5\rho_г V_г$ или
$\boldsymbol{4(\rho_к - \rho_в)a^3 = \rho_г V_г}$ ***(2)***
Чтобы найти $\boldsymbol{\rho_г}$ нужно решить систему (1) и (2).
Можно сразу подставить в них числа. Но, возможно, проще это сделать, разделив левую и правую часть уравниния (1) на левую и правую часть уравнения (2) :
$\boldsymbol{\rho_к/(4\rho_к - 4\rho_в) = (\rho_г - \rho_в)/\rho_г}$ ***(3)***
Уравнение (3) можно алгебраически решить:
$\boldsymbol{\rho_г = \rho_в(4\rho_к - 4\rho_в)/(3\rho_к - 4\rho_в)}$
и затем подставить значения плотностей**.** Но проще подставить числа в (3):
$1600 / 4(1600 - 1000) = (\rho_г - 1000)/\rho_г$
$2/3 = 1 - 1000/\rho_г$, следовательно, $2/3\,\rho_г = \rho_г - 1000$ => $\boldsymbol{\rho_г = 3000}$ $(кг/м^3)$.
<u>Ответ</u>: плотность гири **3000 кг/м³.**

<u>Примечание</u>*:* <u>ответ не зависит от размера куба ***a***</u>.
Это связано с тем, что если изменить куб и гирю в равное количество раз (не меняя их плотности), равновесие не нарушится.
Но можно было при решении использовать ***a*** **,** из уравнения (2) найти массу гири $\boldsymbol{\rho_г V_г}$ и подставить в (1).

2. Лёд, вода и песок

а) Плавающий лед вытесняет воду: $\boldsymbol{\rho_в \cdot V_{выт.\ воды}} = M_{выт.\ Воды} = \boldsymbol{M_{льда}}$

Поэтому, начальный уровень воды:

$$\boldsymbol{H_0} = (V_{воды} + V_{выт.\ воды})/S = \boldsymbol{(M_{воды} + M_{выт.\ Воды})\ /\ \rho_в S}$$

$$\boldsymbol{H_0} = (3кг + 0.9кг)/(1000кг/м^3 \cdot 100см^2) = 3900г\ /\ 100г/см = \boldsymbol{39\ см}$$

При насыпании горячего песка лед плавится, однако на уровень воды плавление льда дополнительно не влияет. Каждый кусочек льда, когда плавает, вытесняет, по массе, столько же воды, сколько имеет сам, и столько же по объему и массе образуется из него воды после таяния.

Поэтому уровень воды при плавлении не изменяется.

В результате на уровень влияет лишь постоянное досыпание объёма песка.

Каждую секунду насыпается масса песка $\boldsymbol{m_1}$, а значит, объём:

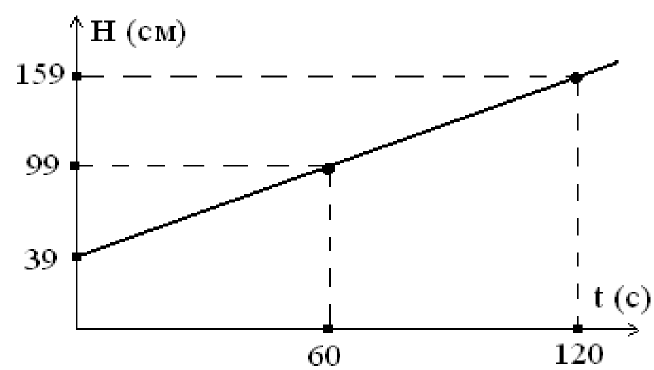
$$\boldsymbol{V_1 = m_1/\rho_п} = \frac{0{,}3(кг/с)}{3000(кг/м3)} = 10^{-4}\,м^3/с = \boldsymbol{100\ см^3/с}$$

Уровень каждую секунду будет поднимается со скоростью:

$$\boldsymbol{h_1 = V_1/S} = \frac{100(см^3/с)}{100(см^2)} = \boldsymbol{1(см/с)}$$

Общий уровень: $\boldsymbol{H = H_0 + h_1 \cdot t}$

График H(t):



б) Пока лёд плавится, температура в системе остаётся $\boldsymbol{0^0C}$.

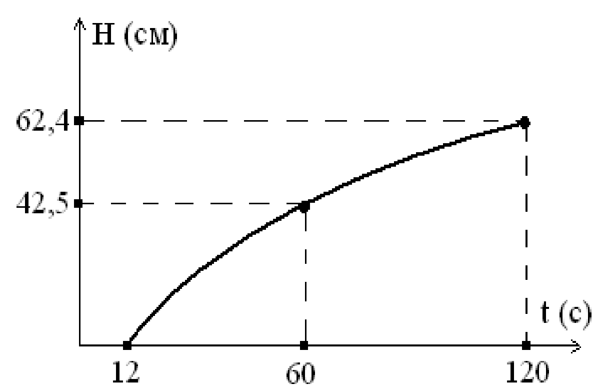
Найдём массу песка $\boldsymbol{M_п}$, нужную, чтобы расплавился весь лёд:

$$\boldsymbol{Q_{песка} = Q_{льда} \iff \lambda \cdot M_л = C_п \cdot M_п \cdot (Tп - T_0)}$$

$$\boldsymbol{M_п} = \frac{\lambda M_л}{C_п(T_п - T_0)} = \frac{336000 * 0{,}9}{840(100-0)} = \boldsymbol{3{,}6\ (кг)}$$

Тогда: $\boldsymbol{t_1} = M_п\ /\ m_1 = 3{,}6кг\ /\ 0{,}3кг/с = \boldsymbol{12\ с}$

– время, в течении которого плавится лед и $\boldsymbol{T_0 = 0^0C}$ постоянна. ***График T(t)*** :



Со временем график T(t) уменьшает наклон, потому что падая в теплую воду песок остывает меньше и меньше отдает тепла для дальнейшего нагрева. Количественно, если после момента $\boldsymbol{t_1}$ насыпалось песка

$m_1 \cdot (t - t_1)$:

$$\boldsymbol{c_п m_1 \cdot (t - t_1) \cdot (T_п - T) = c_в \cdot (M_в + M_л) \cdot (T - T_0)}$$

Или, подставив числа: $0{,}3 \cdot (t - 12) \cdot (100 - T) = 4200 \cdot \cdot 3{,}9 \cdot (T - 0) \Rightarrow$

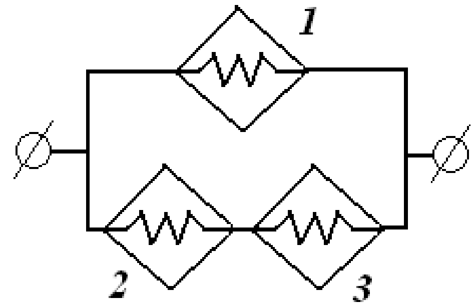
$\boldsymbol{T(t) = 100 \cdot (t - 12)\ /\ (t + 53)}$ - точная ***формула для графика.***

3.Грелка для Незнайки

а) Пусть сопротивление каждой грелки R. Напряжение на грелке 1 равно сумме напряжений на грелках 2 и 3, поэтому токи

$\boldsymbol{I_1 = U/R}$; $\boldsymbol{I_2 = I_3} = U/(R+R) = U/2R = ½\, \boldsymbol{I_1}$

Токи через грелки 2 и 3 меньше, значит мощность нагрева их меньше и они холоднее.



б) Мощность на любой грелке $\boldsymbol{W = I^2R}$ =>

$\boldsymbol{W_1} = I_1^{\,2} R = \boldsymbol{U^2/R};$

$\boldsymbol{W_2} = \boldsymbol{W_3} = I_2^{\,2} R = ¼\, I_1^{\,2} R = U^2/4R = ¼\, \boldsymbol{W_1}$

По условию нагрев пропорционален мощности $\boldsymbol{W \sim T - T_0}$, ($T_0$ – температура воздуха).

Имеем: $W_1 \sim T_1 - T_0$; $W_2 \sim T_2 - T_0$ =>

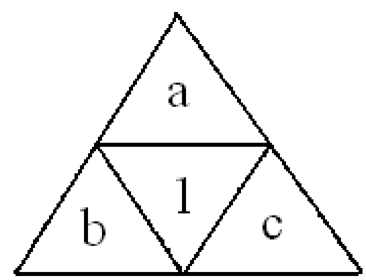
$\boldsymbol{W_1 / W_2 = (T_1 - T_0) / (T_2 - T_0)}$ **.**

Численно: $4 = (40 - T_0)/(13 - T_0)$ => $\boldsymbol{T_0 = 4}\ (^oC)$.

Ответ: температура в комнате Незнайки **4°C**.

4. Дырчатый проводник

1) После вырезания сердцевины №1 останется ¾ площади исходного треугольного проводника. Действительно, каждый из оставшихся треугольников a, b, c имеет те же углы, а стороны — в два рвза меньше, чем у исходного. Раз все длины уменьшились в 2 раза, а форма не изменилась, значит, площади треугольников a, b и c уменьшились в 2^2=4 раза по сравнению с исходным. Их общая площадь



$\boldsymbol{S_1} = S_a + S_b + S_c = ¼\, S + ¼\, S + ¼\, S = \boldsymbol{¾\, S}$.

2) Точно так же доказывается что то, что остается от треугольников a, b, и c после вырезания их сердцевин на втором этапе, составляет ¾ от их площади. То есть общая площадь, оставшаяся после второго вырезания:

$\boldsymbol{S_2} = ¾\, S_a + ¾\, S_b + ¾\, S_c = ¾\, (S_a + S_b + S_c) = ¾\, S_1 = ¾\, (¾\, S) = \boldsymbol{(¾)^2 S}$.

3) Аналогично, после третьего этапа вырезания останется $\boldsymbol{S_3} = ¾\, S_2 = ¾\, (¾)^2 S = \boldsymbol{(¾)^3 S}$.

После четвертого: $\boldsymbol{S_4} = ¾\, S_3 = ¾\, (¾)^3 S = \boldsymbol{(¾)^4 S}$.

4) Сопротивление проводника $R = \rho l / S$, где ρ – удельное сопротивление проводника, l – его длина, S – площадь поперечного сечения. Т.к. при вырезании изменяется только площадь, то $R \sim 1/S$ и конечное сопротивление проводника:

$$\boldsymbol{R_к / R = S / S_к} = S / S_4 = \boldsymbol{(4/3)^4} \ \boldsymbol{=>} \ \boldsymbol{R_к} = (4/3)^4 R = (256/81) \cdot 162 = \boldsymbol{512}\ (Ом)$$

Ответ: Сопротивление проводника после всех вырезаний **512 Ом**.