

Решение вступительной работы по ФИЗИКЕ в 8 класс ФТШ. 2012 год

1. Спорт по-разному

а) Вова сел на то же место после разминки, значит, на изменение расстояния между ним и Димой в итоге повлияло лишь движение трамвая относительно Димы.

$V_{отн} = V_{тр} - V_{димы}$, а значит :

$$L = (V_{тр} - V_{димы}) \cdot t, \quad \text{где } t \text{ — общее время движения.}$$

Подставляя численные значения величин : $L = 85 \text{ м}$, $V_{тр} = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с}$; $V_{димы} = 27 \text{ км/ч} = 7,5 \text{ м/с}$; получаем $85 = (10 - 7,5) \cdot t$, следовательно, $t = 34 \text{ с}$.

Пусть длина трамвая l . Вова пробежал 2 длины трамвая вперёд и две длины трамвая назад, всего 4 длины. Всего Вова бежал время $t - \tau$, где $\tau = 10 \text{ с}$ — время от обгона до начала пробежки. Если его скорость относительно трамвая $V = 5 \text{ м/с}$, то :

$$l = V \cdot (t - \tau)$$

Подставляя численные значения величин получаем $l = 30 \text{ м}$.

Ответ : длина салона трамвая **30 м**.

б) Удобнее измерять скорость в м/с. Когда Вова сидит, его скорость относительно Димы $V_0 = V_{тр} - V_{д} = 10 - 7,5 = 2,5 \text{ м/с}$. Когда бежит вперёд

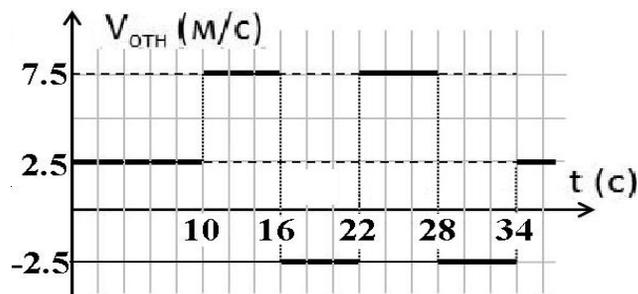
$V_1 = V_0 + V = V_{тр} + V - V_{д} = 7,5 \text{ м/с}$. Когда бежит

назад $V_2 = V_0 - V = V_{тр} - V - V_{д} = -2,5 \text{ м/с}$.

Каждая из 4-х пробежек Вовы (вперед-назад, вперед-назад) длится

$l/V = 30/5 = 6 \text{ сек}$, а до этого было 10 секунд задержки.

График $V_{отн}(t)$:



2. Куб и гиря

Правило рычага: $F_1 l_1 = F_2 l_2$.

Вес тела в воздухе : $F = F_m = mg = \rho_m Vg$

(плотность воздуха и его силу Архимеда не учитываем).

Вес в воде :

$$F = F_m - F_{ал} = mg - \rho_в Vg = \rho_m Vg - \rho_в Vg = (\rho_m - \rho_в) Vg$$

Тогда для случая, указанного на рисунке 1

(гиря в воде, равноплечий рычаг $l_1 = l_2 = l$) :

$$\rho_k V_k g l = (\rho_г - \rho_в) V_г g l$$

(буква «к» - кубик, «г» - гиря, «в» - вода). Подставим $V_k = a^3$ и сократим на g, l :

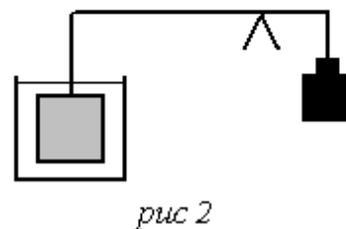
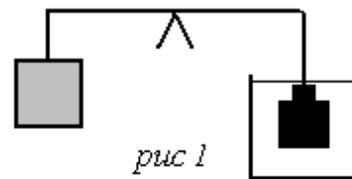
$$\rho_k a^3 = (\rho_г - \rho_в) V_г \quad (\text{или } \rho_k a^3 = m_г (1 - \rho_в / \rho_г)).$$

(1)

Для случая, изображенного на рисунке 2

(кубик в воде, рычаг $l_1 = 4/5 L$; $l_2 = 1/5 L$, где L — общая длина рычага):

$$(\rho_k - \rho_в) V_k g (4/5) L = \rho_г V_г g (1/5) L$$



сократив g , L , и снова подставив $V_k = a^3$:

$4/5(\rho_k - \rho_v) a^3 = 1/5 \rho_z V_z$ или

$$4(\rho_k - \rho_v) \cdot a^3 = \rho_z V_z \quad (2)$$

Чтобы найти ρ_z нужно решить систему (1) и (2)

Можно сразу подставить в них числа. Но возможно, проще это сделать, разделив левую и правую часть уравнения (1) на левую и правую часть уравнения (2) :

$$\rho_k / (4\rho_k - 4\rho_v) = (\rho_z - \rho_v) / \rho_z \quad (3)$$

Уравнение (3) можно алгебраически решить:

$$\rho_z = \rho_v (4\rho_k - 4\rho_v) / (3\rho_k - 4\rho_v)$$

и затем подставить значения плотностей. Но проще подставить числа в (3):

$$1600 / 4(1600 - 1000) = (\rho_z - 1000) / \rho_z$$

$$2/3 = 1 - 1000 / \rho_z, \text{ следовательно, } 2/3 \rho_z = \rho_z - 1000 \Rightarrow \rho_z = 3000 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Ответ: плотность гири **3000 кг/м³**.

Примечание: ответ не зависит от размера куба a . Это связано с тем, что если изменить куб и гирию в равное количество раз (не меняя плотности), равновесие не нарушится.

Но можно было использовать a , из уравнения (2) найти массу гири $\rho_z V_z$ и подставить в (1).

3. Динозавры

а) При погружении в воду тело динозавра, как и любое другое тело, испытывает силу архимеда :

$$F_a = \rho_{ж} V_{погр} g, \quad (\rho_{ж} = \rho_{воды})$$

Вес динозавра, тем самым, уменьшается :

$$F = F_{тяж} - F_a = mg - \rho_{воды} V_{погр} g$$

и уменьшается их давление на грунт :

$$P = F/S,$$

где S - общая площадь их опоры (ног и м.б. хвоста). В результате, они перестают проваливаться.

б) 1. Давление маленького динозавра (на суше):

$P_1 = F_1/S_1 = m_1 g/S_1 = \rho_{тела} V_1 g/S_1 = \rho g V_1/S_1$, где V_1 - его объем, S_1 - общая площадь ног (из рисунка видно, на хвост он не опирается), а $\rho = \rho_{тела} = \rho_{воды}$ - плотность динозавра..

2. Давление большого динозавра (полу-погруженного) :

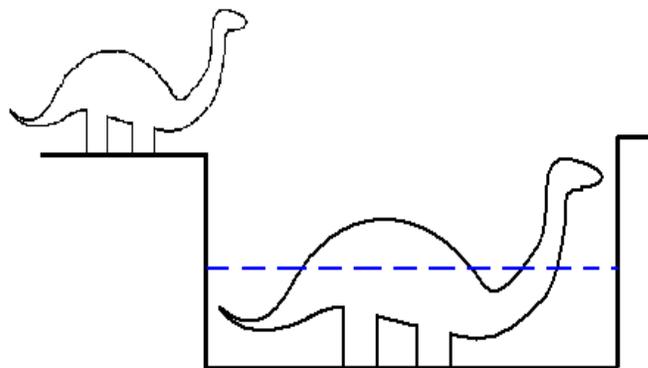
$$P_2 = F_2/S_2 = (mg - \rho_{воды} V_{погр} g) / S_2 = \\ = (\text{т. к. } V_{погр} = 1/2 V_2) = (\rho V_2 g - \rho \cdot V_2 g) / S_2 = \rho g (V_2 - 1/2 V_2) / S_2 = 1/2 \rho g V_2 / S_2$$

3. Отношение давлений:

$$P_2/P_1 = 1/2 \rho g V_2 / S_2 : \rho g V_1 / S_1 = 1/2 V_2 / V_1 \cdot S_1 / S_2$$

4. Когда все линейные размеры (длина, ширина, высота) увеличиваются в 3 раза, все площади (в том числе и площади ног) увеличиваются в $3^2=9$ раз, а объему - в $3^3=27$ раз. Поэтому: $P_2/P_1 = 1/2 \cdot 3^3 \cdot (1/3)^2 = 3/2 = 1.5$.

Ответ: давление большого динозавра (даже после того, как он потерял половину своего веса из-за силы Архимеда) в **1.5 раза больше**, чем у малого.



Примечание: Если вода не подтекает под стопы ног динозавра, она не создает на них давление снизу и, тем самым, общая сила Архимеда уменьшается. Однако этот случай «прилипания» стоп ко дну практически невозможен.

4. Треугольная снежинка

1) После вырезания треугольника №1 останется $\frac{3}{4}$ площади исходного треугольника.

Для равностороннего треугольника это почти очевидно (все четыре треугольника, включая сердцевину, равносторонние и равные).

В общем же случае наиболее просто, наверно, доказывается так:

Каждый из оставшихся треугольников а, в, с имеет те же углы, а стороны – в два раза меньше, чем у исходного. Раз все длины уменьшились в 2 раза, а форма не изменилась, значит, площади треугольников а, в и с уменьшились в $2^2=4$ раза по сравнению с исходным. Их общая площадь

$$S_1 = S_a + S_b + S_c = 1/4S + 1/4S + 1/4S = 3/4S.$$

2) Точно так же доказывается, что то, что остается от треугольников а, в, и с после вырезания их сердцевин на втором этапе, составляет $\frac{3}{4}$ от их площади. То есть общая площадь, оставшаяся после второго вырезания:

$$S_2 = 3/4S_a + 3/4S_b + 3/4S_c = 3/4(S_a + S_b + S_c) = 3/4S_1 = 3/4(3/4S) = (3/4)^2S.$$

3) Аналогично, после третьего этапа вырезания останется: $S_3 = 3/4S_2 = 3/4(3/4)^2S = (3/4)^3S.$

После четвертого: $S_4 = 3/4S_3 = 3/4(3/4)^3S = (3/4)^4S.$

После пятого: $S_5 = 3/4S_4 = (3/4)^5S.$

4) Масса бумажной фигуры:

$$m = \rho V = \rho h S$$

где ρ - плотность бумаги, h - её толщина, а S — оставшаяся невырезанной площадь.

Т. к. плотность и толщина не изменяются, то

$$m_5 / m_{\text{общ}} = S_5 / S_{\text{общ}} \Rightarrow m_5 = (3/4)^5 m$$

где m - масса исходного треугольника. Считаем:

$$m_5 = 3^5 / 4^5 \cdot 102,4 = (243/1024) \cdot 102,4 = 24,3 \text{ (грамма)}$$

Ответ: масса «снежинки» 24,3 грамма.

