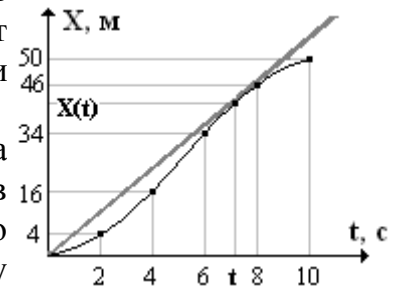


Решение вступительной работы по ФИЗИКЕ в 9 класс ФТШ. 2011 год.

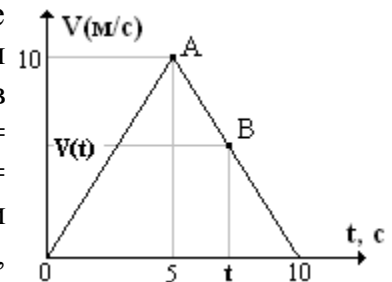
1. Пробегка

А) График зависимости $X(t)$ выглядит так: построить можно было, например, поточечно, используя тот факт, что $X(t)$ – площадь под графиком $V(t)$ (или используя формулы равноускоренного движения);

В) $V_{cp} = X(t)/t$, поэтому V_{cp} будет максимальна, когда наклон кривой, проведенной из начала координат в точку $(t, X(t))$ будет максимален (то есть, максимально отношение $X(t)/t$). Проводя касательную к графику $X(t)$, видим, что V_{cp} максимальна при $t \approx 7$ сек.



Другое решение: средняя скорость *не* убывает, пока мгновенная скорость $V \geq V_{cp}$. (Действительно, тогда приращение пути за следующий интервал Δt будет $\Delta X = V \cdot \Delta t \geq V_{cp} \cdot \Delta t$ и тем самым общая средняя скорость не уменьшается.) Тем самым, на графике $V(t)$ нужно найти точку t , когда $X(t)$ – площадь под графиком от 0 до t в точности равна $V(t) \cdot t$. Тогда $V(t) \cdot t = S_{\text{фигуры}}(\text{OABt})$, а $S_{\text{OABt}} = S_{\Delta \text{OAt}} - S_{\Delta \text{BtO}} = 50 - 0.5 \cdot V(t) \cdot (10 - t) = V(t) \cdot t$. Но $0.1 \cdot V(t) = 5 \cdot (10 - t)$, поэтому $V(t) = 20 - 2t$ (при $t \geq 5$) и $50 - (10 - t) \cdot (10 - t) = (20 - 2t) \cdot t$ – откуда $t^2 = 50$, а значит, $t = \sqrt{50} = 7,07$ сек.



2. Электрочайник

Пусть W – мощность чайника, η – его КПД, R – сопротивление. Тогда:

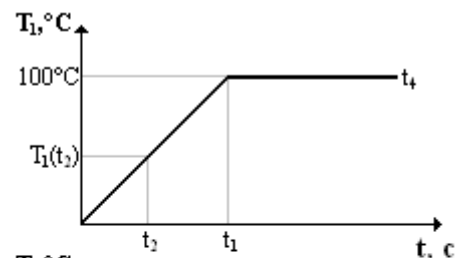
$$W_1 = (U_1)^2/R_1, W_2 = (U_2)^2/R_2 \rightarrow W_1/W_2 = (U_1)^2/(U_2)^2 = (2,2)^2$$

$\eta \cdot W_1 \cdot t_1 = c \cdot m_1 \cdot \Delta T$, а $\eta \cdot W_2 \cdot t_2 = c \cdot m_2 \cdot \Delta T \rightarrow (W_1 \cdot t_1)/(W_2 \cdot t_2) = m_1/m_2$, откуда $t_2 = t_1 \cdot W_1/W_2 \cdot m_2/m_1 = t_1 \cdot (2,2)^2 \cdot 1/2,2 = 2,2 \cdot t_1 = 220$ сек.

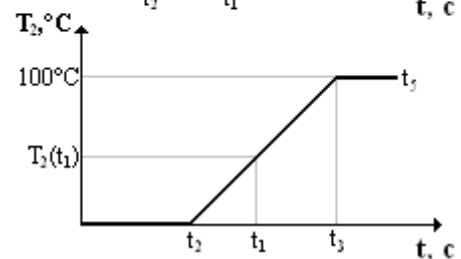
Примечание: возможно и более подробное решение – например, такое: $\eta \cdot W_1 \cdot t_1 = \eta \cdot (U_1)^2/R \cdot t_1 = c \cdot m_1 \cdot \Delta T \rightarrow R = (\eta \cdot (U_1)^2 \cdot t_1)/(c \cdot m_1 \cdot \Delta T) \rightarrow R \approx 5 \Omega$, это значение подставляем в формулу $\eta \cdot (U_2)^2/R \cdot t_2 = c \cdot m_2 \cdot \Delta T$, откуда находим t_2 .

3. Два сосуда

Графики изменения температур в сосудах изображены на рисунках. Температура первого сосуда сразу начинает расти и этот рост прекращается, когда температура $T_1 = 100^\circ\text{C}$, то есть вода закипает. Таким образом, мы можем найти t_1 : $W \cdot t_1 = c \cdot m_1 \cdot \Delta T_1 \rightarrow t_1 = (c \cdot m_1 \cdot \Delta T_1)/W = 4200 \cdot 1 \cdot 100/2100 = 200$ с.



Во втором же сосуде температура воды будет равна 0°C до тех пор, пока не растает весь лед, далее равномерно растет (греется вся вода в сосуде, включая образовавшуюся из льда) и в момент t_3 она закипает, а рост температуры прекращается. Теперь мы можем найти t_2 : $m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} \cdot V/2 = 0,9 \cdot 500 = 450 = 0,45$ кг; $W \cdot t_2 = \lambda \cdot m_{\text{л}} \rightarrow t_2 = (\lambda \cdot m_{\text{л}})/W = 336000 \cdot 0,45/2100 = 72$ с.



В этот момент температура первого сосуда $T_1(t_2)$:

$$c \cdot m_1 \cdot (T_1(t_2) - 0^\circ\text{C}) = W \cdot t_2 \rightarrow T_1(t_2) = (W \cdot t_2) / (c \cdot m_1) = 2100 \cdot 72 / 1 \cdot 4200 = 36^\circ\text{C}$$

Теперь найдем $T_2(t_1)$ – температуру во втором сосуде, когда вода в первом закипит:

$$c_B \cdot (m_L + m_B) \cdot T_2(t_1) = W \cdot (t_1 - t_2) \rightarrow T_2(t_1) = (W \cdot (t_1 - t_2)) / (c_B \cdot (m_L + m_B)) = 2100 \cdot (200 - 72) / 4200 \cdot (0,5 + 0,45) \approx 67,37^\circ\text{C}$$

и, наконец, найдем момент t_3 , когда закипит вода в втором сосуде:

$$c_B \cdot (m_L + m_B) \cdot 100^\circ\text{C} = W \cdot (t_3 - t_2) \rightarrow t_3 = t_2 + (c_B \cdot (m_L + m_B) \cdot 100^\circ\text{C}) / W = t_2 + 190 = 262 \text{ с}$$

Итого, датчик Д показывает:

1. $\Delta T(0) = T_1(0) - T_2(0) = 0^\circ\text{C}$
2. $\Delta T(t_2) = T_1(t_2) - 0 = 36^\circ\text{C}$
3. $\Delta T(t_1) = T_1(t_1) - T_2(t_1) = 100^\circ\text{C} - 67,37^\circ\text{C} = 32,63^\circ\text{C}$
4. $\Delta T(t_3) = T_1(t_3) - T_2(t_3) = 100^\circ\text{C} - 100^\circ\text{C} = 0^\circ\text{C}$



Примечание 1: Снижение разности $T_1 - T_2$ на участке от t_2 до t_1 связано с тем, что полная масса во втором сосуде меньше (лед легче воды), а значит, когда все стало водой, она греется быстрее, то есть T_2 растет быстрее T_1 .

Примечание 2: Можно было бы найти моменты t_4 и t_5 , когда вся вода в обоих сосудах выкипит, но вот что будет происходить с очень легкими сосудами в эти моменты – вопрос открытый. Возможно, все сломается =)

4. Лампочки

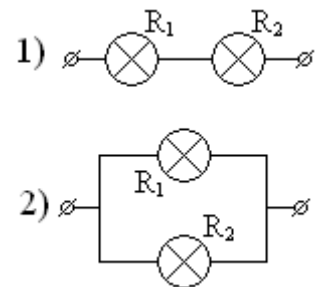
Пусть сопротивления лампочек R_1 и R_2 , напряжение в сети (которое одинаково) равно U . Тогда:

- 1) $I_1 = I_2 = I$, а $I \cdot (R_1 + R_2) = U \rightarrow I = U / (R_1 + R_2)$. Тогда мощность первой лампочки:
 $W_1 = I^2 \cdot R_1 = (U^2 \cdot R_1) / (R_1 + R_2)^2$ (уравнение 1)

- 2) $U_1 = U_2 = U$, а тогда мощность: $W_2 = U^2 / R_1$ (уравнение 2)

Решая систему из уравнений 1 и 2, получаем, что: $(R_1 + R_2)^2 / (R_1)^2 = W_2 / W_1 \rightarrow R_2 = (\sqrt{W_2 / W_1}) \cdot R_1$.

- 1) $W_2 = I^2 \cdot R_2 = (U^2 \cdot R_2) / (R_1 + R_2)^2 = (R_2 / R_1) \cdot W_1 = (\sqrt{W_2 / W_1}) \cdot W_1 = 5/3 \cdot W_1 = 37,5 \text{ Вт}$
- 2) $W_2 = U^2 / R_2 = (R_1 / R_2) \cdot W_1 = 0,6 W_1 = 96 \text{ Вт}$



5. Винни Пух и Пятачок

В системе отсчета течения реки Пятачок на матрасике неподвижен, а Винни движется относительно воды, а значит, и Пятачка, с одной и той же собственной скоростью V_B . Значит, каждый заплыв-удаление и заплыв-приближение происходит для Винни (относительно друга) с одной и той же скоростью, а значит – за равное время (поскольку удаляется он на столько же, на сколько затем возвращается). Значит, и полное время всех удалений (движений по течению) равно для Винни полному времени всех приближений (движений против). Тогда пусть и то, и другое время равно $t/2$. Винни (относительно берега) проплыл: $l_{\text{по течению}} = (V_B + V_T) \cdot t/2$; $l_{\text{против}} = (V_B - V_T) \cdot t/2$. Путь Пятачка: $l_{\text{по течению}} + l_{\text{против}} = V_B \cdot t$, а значит: $3 = l_{\text{Винни}} / l_{\text{Пятачок}} = (V_B \cdot t) / (V_T \cdot t)$, откуда $V_T = 1/3 \cdot V_B = 1,5 \text{ км/ч}$.